

УДК 519.233.5

АДАПТИВНЫЙ ВЫБОР ДЛИНЫ ОКНА В ЛОКАЛЬНО-ЛИНЕЙНОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Алексанов А.Е.

Магистрант кафедры математики и естественных наук НГУЭУ

e-mail: andrey.aleksanov@mail.ru

Аннотация

В статье рассматривается задача краткосрочного прогнозирования нестационарных временных рядов. Предлагается локально-линейная модель, в которой длина окна выбирается по коэффициенту вариации последних наблюдений. Для низкой изменчивости используется длинное окно, а при росте локальной волатильности - короткое. Вычислительный эксперимент проведён на воспроизводимом модельном ряде, содержащем тренд, сезонную составляющую, случайный шум и структурный сдвиг. Качество прогноза оценено по метрикам MAE, RMSE и MAPE. Полученные результаты показывают, что предложенный подход превосходит простое экспоненциальное сглаживание и скользящее среднее, но требует дополнительной проверки на прикладных данных.

Ключевые слова: временной ряд, краткосрочное прогнозирование, локальная линейная регрессия, адаптивное окно, коэффициент вариации, нестационарность, MAE, RMSE, MAPE.

ADAPTIVE WINDOW-LENGTH SELECTION IN LOCAL LINEAR FORECASTING OF NON-STATIONARY TIME SERIES

Aleksanov A.E.

Master's student at the Department of Mathematics and Natural Sciences, NSUEM

e-mail: andrey.aleksanov@mail.ru

Abstract

The paper addresses short-term forecasting of non-stationary time series. A local linear model is proposed in which the window length is selected from the coefficient of variation of recent observations. A longer window is used under low volatility, while a shorter window is chosen when local variability increases. The computational experiment uses a reproducible synthetic series with a trend, seasonal component, random noise, and a structural shift. Forecast quality is evaluated with MAE, RMSE, and MAPE. The results show that the approach outperforms simple exponential smoothing and a moving-average benchmark, while further validation on applied datasets is required.

Keywords: time series, short-term forecasting, local linear regression, adaptive window, coefficient of variation, non-stationarity, MAE, RMSE, MAPE.

Введение

Краткосрочное прогнозирование временных рядов используется при анализе технических, экономических, экологических и организационных процессов. Для этой задачи особенно важна способность метода учитывать изменение структуры наблюдений: появление локального тренда, выброса, сезонного колебания или разладки. В современных исследованиях сопоставляются классические модели ARIMA и экспоненциального сглаживания, методы сингулярного спектрального анализа, нейросетевые и ансамблевые алгоритмы [1-4, 7-10]. При этом для малых выборок и задач с ограниченными вычислительными ресурсами остаётся востребованным применение интерпретируемых локальных моделей.

Одним из существенных параметров локального прогнозирования является длина окна наблюдений. Слишком короткое окно быстро реагирует на структурные изменения, но чувствительно к шуму. Слишком длинное окно сглаживает случайные колебания, однако может запаздывать при разладке или смене тренда. В работах, посвящённых анализу нестационарных рядов, подчёркивается необходимость согласования способа обработки

данных с локальными свойствами ряда [5, 6]. Следовательно, фиксированная длина окна не всегда является рациональным выбором.

Цель статьи состоит в разработке и вычислительной проверке правила адаптивного выбора длины окна для локально-линейного одношагового прогноза. Научная новизна работы заключается в использовании коэффициента вариации последних наблюдений как прозрачного критерия перехода между коротким, средним и длинным окном без обучения сложной модели. Практическая ценность состоит в возможности применять алгоритм к коротким рядам, когда объём данных недостаточен для устойчивого обучения нейросетевых методов.

Методы и методики

Пусть задан временной ряд $y_1, y_2, \dots, y_n$. Для воспроизводимой проверки алгоритма сформирован модельный ряд длиной 48 наблюдений. В его структуру включены линейный тренд, сезонная компонента с периодом 12, нормально распределённый шум и однократный структурный сдвиг. Значения случайной компоненты получены при фиксированном значении $\text{seed} = 2026$. Такое построение позволяет оценить реакцию моделей не на конкретный прикладной набор, а на контролируемое сочетание типичных свойств нестационарного ряда.

$$y_t = 100 + 0,85t + 7 \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + \varepsilon_t + 12I\{t \geq 37\}, \quad \varepsilon_t \sim N(0; 2,8^2), \quad (1)$$

В формуле (1) $I\{t \geq 37\}$ – индикатор структурного сдвига. Параметры модельного ряда приведены в таблице 1. Положительный тренд и сезонность создают регулярную составляющую, а сдвиг на 37-м наблюдении имитирует внезапное изменение состояния системы.

Таблица 1 – Параметры модельного временного ряда

Компонента	Обозначение	Параметр
Длина ряда	N	48 наблюдений
Линейный тренд	$0,85t$	коэффициент 0,85
Сезонная компонента	$7 \sin(2\pi t/12)$	амплитуда 7; период 12
Случайный шум	ε_t	$N(0; 2,8^2)$
Структурный сдвиг	$12I\{t \geq 37\}$	12 единиц с $t = 37$

Для локально-линейного прогноза на момент $t + 1$ по последним m наблюдениям строится регрессионная зависимость $z_i = a_t + b_t i, i = 0, 1, \dots, m - 1$, где z_t – элементы выбранного фрагмента ряда. Коэффициенты a_t и b_t оцениваются методом наименьших квадратов. Одношаговый прогноз определяется выражением:

$$\hat{y}_t^{+1} = a_t + b_t m, \quad (2)$$

Длина окна выбирается по коэффициенту вариации CV_t , рассчитанному для восьми последних доступных наблюдений. Этот показатель отражает локальную относительную изменчивость ряда:

$$CV_t = s_t / \bar{y}_t, \quad (3)$$

где $\bar{y}_t$ – среднее значение фрагмента,

s_t – выборочное стандартное отклонение.

Правило выбора окна представлено в табл. 2. Его логика состоит в том, что в устойчивой части ряда используется больше наблюдений, а после роста колебаний прогноз опирается на более короткую и актуальную историю.

Таблица 2 – Правило адаптивного выбора длины окна

Условие	Длина окна, m	Интерпретация
$CV_t \leq 0,04$	8	Низкая локальная изменчивость; усиление сглаживания
$0,04 < CV_t \leq 0,07$	6	Умеренная изменчивость; компромисс между сглаживанием и реакцией
$CV_t > 0,07$	4	Высокая изменчивость; повышенная чувствительность к новым данным

Для сопоставления выбраны три базовых подхода: простое экспоненциальное сглаживание при $\alpha = 0,30$; скользящее среднее с фиксированным окном $m = 6$; локально-линейный прогноз с фиксированным окном $m = 4$. Сравнение выполнено на 36 одношаговых прогнозах, соответствующих периодам с 13-го по 48-й. Качество рассчитывалось по средним абсолютным, среднеквадратичным и относительным ошибкам:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum |y_t - \hat{y}_t|, \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{\left[\frac{1}{n} \sum (y_t - \hat{y}_t)^2 \right]}, \quad (5)$$

$$MAPE = \left(\frac{100}{n} \right) \sum \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t}, \quad (6)$$

Результаты

Динамика модельного ряда и результаты одношагового адаптивного прогноза показаны на рис. 1. Перед структурным сдвигом коэффициент вариации находился преимущественно в зоне низкой или умеренной изменчивости, что приводило к выбору окон длиной 6 и 8. После сдвига локальная вариативность увеличилась, и алгоритм переключался на короткое окно. В серии из 36 прогнозов окно длиной 4 было выбрано 11 раз, окно длиной 6-17 раз, окно длиной 8-8 раз.

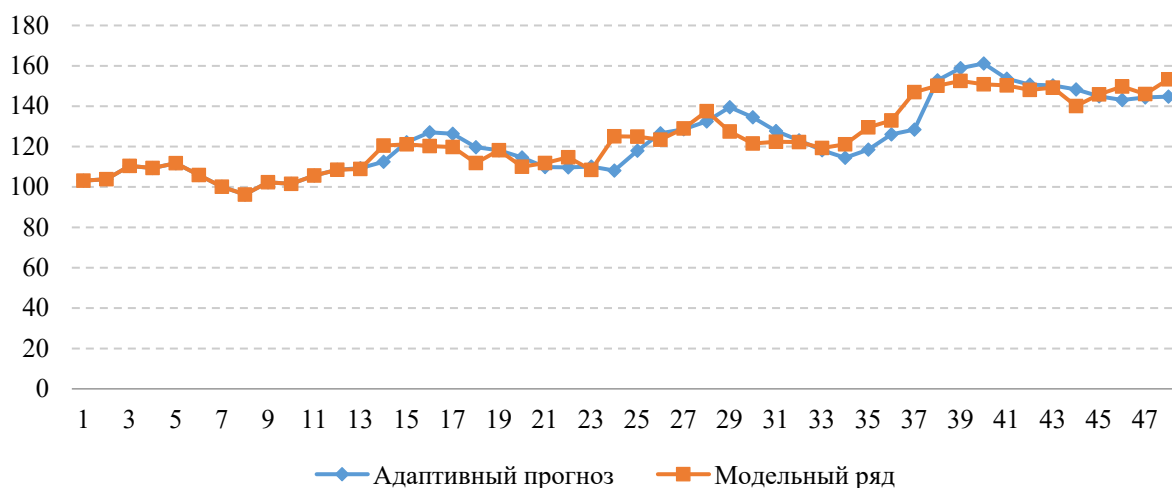


Рисунок 1 – Модельный временной ряд и одношаговый адаптивный прогноз

Наиболее заметная особенность результата проявляется вблизи разладки. При прогнозировании 37-го наблюдения сдвиг ещё отсутствовал в доступной истории, поэтому модель с окном $m = 8$ получила значительную ошибку. Уже на следующем шаге коэффициент вариации превысил порог 0,07, алгоритм перешёл к окну $m = 4$, а абсолютная ошибка снизилась. Тем самым правило не предсказывает сам момент внешнего воздействия, но сокращает период запаздывания после его появления.

Таблица 3 – Сравнение точности методов на модельном ряде

Метод	Параметры	MAE	RMSE	MAPE, %
Простое экспоненциальное сглаживание	$\alpha = 0,30$	6,54	8,17	4,98
Скользящее среднее	$m = 6$	8,01	9,83	6,12
Локально-линейный прогноз	$m = 4$	5,54	6,63	4,28
Предлагаемый адаптивный метод	$m \in \{4; 6; 8\}$	5,68	7,27	4,35

По данным табл. 3 адаптивный метод обеспечил MAE=5,68, RMSE =7,27 и MAPE=4,35%. По сравнению с экспоненциальным сглаживанием средняя абсолютная ошибка уменьшилась на 13,2%, а по сравнению со скользящим средним – на 29,1%. Фиксированное короткое окно $m=4$ показало несколько меньшую ошибку (MAE=5,54), что объясняется выраженным структурным сдвигом в модельном ряде. Следовательно, преимущества адаптивного правила состоят не в гарантированном превосходстве над любым фиксированным окном, а в отказе от предварительного выбора одного окна для всех режимов ряда.

Обсуждение

Сопоставление с современными работами показывает, что точность прогноза зависит не только от класса алгоритма, но и от способа подготовки данных, длины истории, горизонта и выбранной метрики [1, 7-10]. Сложные модели машинного обучения могут давать высокую точность на больших массивах наблюдений, однако их применение связано с настройкой гиперпараметров и риском переобучения. Предлагаемый метод имеет меньшую вычислительную сложность, сохраняет интерпретируемость и может использоваться как базовый или резервный алгоритм в системах, где требуется быстрый одношаговый прогноз.

Ограничением исследования является использование синтетического ряда. Поэтому полученные численные результаты не следует переносить непосредственно на финансовые, производственные или природные процессы. Дальнейшая работа может включать проверку правила на нескольких открытых наборах данных, подбор порогов CV_t с помощью, скользящей валидации и учёт сезонной декомпозиции до построения локального тренда.

Заключение

В статье предложен адаптивный алгоритм выбора длины окна для локально-линейного краткосрочного прогнозирования нестационарных временных рядов. Алгоритм использует коэффициент вариации последних наблюдений и переключается между окнами длиной 4, 6 и 8. В вычислительном эксперименте метод превзошёл простое экспоненциальное сглаживание и скользящее среднее по всем трём метрикам ошибок. При этом фиксированное короткое окно показало лучший результат на специально сформированном ряде со структурным сдвигом, что подтверждает необходимость сопоставления нескольких моделей. Полученный подход может быть применён к задачам оперативного анализа, если требуется интерпретируемое решение с небольшим объёмом данных.

Литература

1. Байдалин А.Д., Варламов В.В. Модель прогнозирования временных рядов на основе сингулярно-спектрального анализа и нейронной сети LSTM // Математические структуры и моделирование. 2025. № 3 (75). С. 101-115.
2. Васина Д.И. Обзор и апробирование методов машинного обучения для краткосрочного прогнозирования // Математические структуры и моделирование. 2023. № 4 (68). С. 59-70.
3. Волошин Т.А. Применение адаптивных ансамблей методов машинного обучения к задаче прогнозирования временных рядов / Т.А. Волошин, К.С. Зайцев, М.Е. Дунаев // International Journal of Open Information Technologies. 2023. Т. 11, № 8. С. 57-63.
4. Зиненко А.В. Прогнозирование финансовых временных рядов с использованием сингулярного спектрального анализа // Бизнес-информатика. 2023. Т. 17, № 3. С. 87-100.

5. Костин А.В., Макарычев П.П. Непараметрические регрессионные модели анализа и прогнозирования временных рядов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2024. № 4. С. 16-27.
6. Маловецкая Е.В., Мозалевская А.К. Возможности применения моделей ARIMA при построении прогнозных значений вагонопотоков // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2023. Т. 17, № 1. С. 33-41.
7. Платонова А.И., Попов В.С. Сравнение точности моделей прогнозирования временных рядов: ARIMA, Prophet, LSTM и GRU // Современные инновации, системы и технологии. 2025. Т. 5, № 2. С. 3061-3070.
8. Подвальный С.Л. Повышение точности прогнозирования временных рядов с использованием векторного временного кодирования и моделей машинного обучения / С. Л. Подвальный, Н.В. Саввин, Д.Н. Васенин, А.А. Шахова // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2025. Т. 21, № 3. С. 35-42.
9. Скалкин А.М. Исследование методов прогнозирования временных рядов на основе нечётких моделей / А.М. Скалкин, А.А. Романов, С.В. Полевой // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2025. № 2 (110). С. 28-34.
10. Ци Д., Буре В.М. Исследование методов прогнозирования временных рядов для предсказания качества воздуха: объяснительный сравнительный анализ // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2024. Т. 20, № 2. С. 206-219.